

ⓕ TRIGONOMETRIE

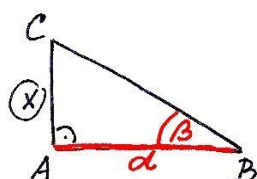
TRIGONOMETRIE - část goniometrie využívající goniometrických funkcí při řešení úloh o trojúhelnících (k řešení - „měrný Δ“, při měřičství, v astronomii - před více než 2000 lety)

1. Řešení pravoúhlého trojúhelníku

- využívá se: GONIOM. FCE, PYTH. VĚTA, $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ (NRA: $\alpha + \beta = 90^\circ, \gamma = 90^\circ$)

Příklady

- ① Na vrch úřku naměřena vzd. $|AB| = 20 \text{ m}$ kolmo na směr A, C. V bodu B je měřeno bod C na protější vrch pod úhlem 65° . Určete vzdálenost A, C.

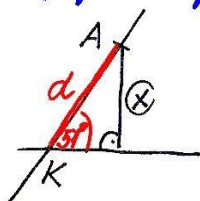


$$\begin{aligned} \beta &= 65^\circ \\ d &= |AB| = 20 \text{ m} \\ |AC| &= x = ? \text{ m} \end{aligned}$$

$$\left[\frac{\text{protilehlá odvě.}}{\text{přilehlá odvě.}} = \boxed{49} \beta \right]$$

$$\lg \beta = \frac{x}{d} \Rightarrow x = d \lg \beta = 20 \cdot \lg 65 = \underline{\underline{42,9 \text{ m}}}$$

- ② Dvě přímé silnice se kříží v místě K v úhlu $\alpha = 51^\circ$. Místo A na jedné z těchto silnic, vzdálené 1625 m od křižovatky K, má být spojeno nejkratší cestou s druhou silnicí. Jak dlouhá bude tato spojka?

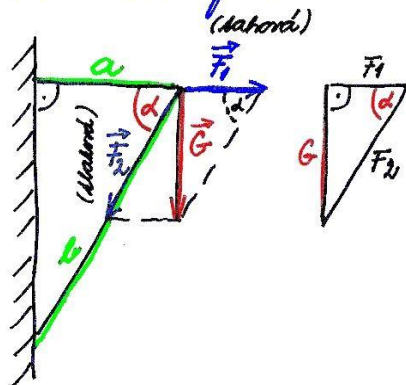


$$\begin{aligned} \alpha &= 51^\circ \\ d &= |AK| = 1625 \text{ m} \\ x &= ? \text{ m} \end{aligned}$$

$$\left[\frac{\text{protilehlá odvě.}}{\text{přilehlá odvě.}} = \boxed{\sin} \alpha \right]$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{x}{d} \Rightarrow x = d \sin \alpha = 1625 \sin 51^\circ \\ x &= \underline{\underline{1262,86 \text{ m}}} \end{aligned}$$

- ③ Nosník, jehož ramena a, b svírají úhel o velikosti $\alpha = 48^\circ$, je zatížen včimnutím $G = 800 \text{ N}$. Stanovte velikost F_1 tahové síly a velikost F_2 tlakové síly (viz obr.).



$$\begin{aligned} \alpha &= 48^\circ \\ G &= 800 \text{ N} \\ F_1 &= ? \text{ N} \\ F_2 &= ? \text{ N} \end{aligned}$$

$$F_2: \sin \alpha = \frac{G}{F_2} \Rightarrow F_2 \sin \alpha = G$$

$$F_2 = \frac{G}{\sin \alpha}$$

$$F_2 = \frac{800 \text{ N}}{\sin 48^\circ} = \underline{\underline{1076,5 \text{ N}}}$$

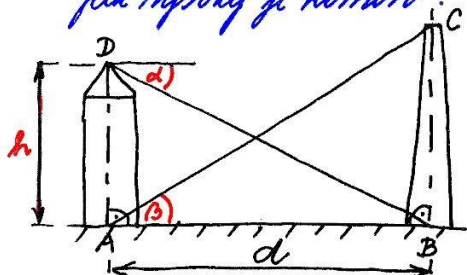
$$F_1: \cot \alpha = \frac{F_1}{G} \text{ [úpř. lg - směr. káb.]}$$

$$\lg \alpha = \frac{G}{F_1} \Rightarrow F_1 \lg \alpha = G$$

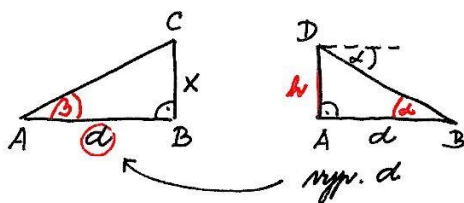
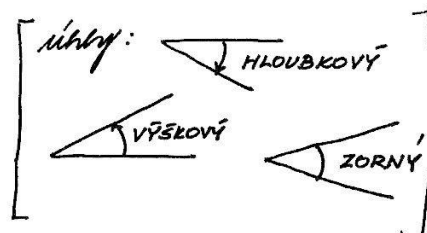
$$F_1 = \frac{G}{\lg \alpha}$$

$$F_1 = \frac{800 \text{ N}}{\lg 48^\circ} = \underline{\underline{720,3 \text{ N}}}$$

- ④ Na vodotomné rovině stojí 65 m vysoká věž a korácký komín. Z vrcholů věží vidíme palu komína v hloubkovém úhlu $\alpha = 10^\circ 19'$ a od palu věží vidíme vrchol komína v výškovém úhlu $\beta = 14^\circ 43'$ (viz obr.).
Jak vysoký je komín?



$$\begin{aligned} h &= 65 \text{ m} \\ \alpha &= 10^\circ 19' \\ \beta &= 14^\circ 43' \\ x &= ? \text{ m} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{v } \triangle ABC: \operatorname{tg} \beta &= \frac{x}{d} & \text{v } \triangle ABD: \operatorname{tg} \alpha &= \frac{h}{d} \\ x &= d \operatorname{tg} \beta & d &= \frac{h}{\operatorname{tg} \alpha} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= d \operatorname{tg} \beta \\ x &= \frac{h}{\operatorname{tg} \alpha} \cdot \operatorname{tg} \beta \end{aligned}$$

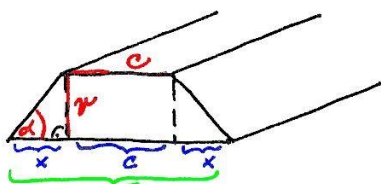
$$\left[\text{nebo } \operatorname{ctg} \right]$$

$$d = h \operatorname{ctg} \alpha$$

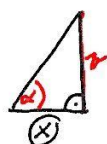
$$x = \frac{65 \text{ m}}{\operatorname{tg} 10^\circ 19'} \cdot \operatorname{tg} 14^\circ 43'$$

$$\underline{x \approx 114 \text{ m}}$$

- ⑤ nad vodotomným územím se nachází 500 m dlouhý násp, jehož horní část má mít tvar rovinného lichoběžníku. Poradíme se, aby byly splněny tyto podmínky: výška náspu 75 m, šířka horní části náspu 29 m, úhel sklonu náběžníkové stěny 35° .
V jaké šířce je třeba založit dolní část náspu?



$$\begin{aligned} v &= 75 \text{ m} \\ c &= 29 \text{ m} \\ \alpha &= 35^\circ \\ a &= ? \text{ m} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{v}{x} \\ x \operatorname{tg} \alpha &= v \\ x &= \frac{v}{\operatorname{tg} \alpha} \end{aligned}$$

$$\left[\text{nebo } \operatorname{ctg} \right]$$

$$x = v \operatorname{ctg} \alpha$$

$$a = 2x + c = 2 \frac{v}{\operatorname{tg} \alpha} + c = \frac{2 \cdot 75}{\operatorname{tg} 35^\circ} + 29 = \underline{243 \text{ m}}$$

DALŠÍ PŘÍKLADY - viz č. 1 kap. ⑤